Fachhochschule Bingen

Aufgaben für die schriftl. Diplomvorprüfung im SS 1998

FACHBEREICH: Elektrotechnik (Ee) AUFGABENSTELLER: Prof. Dr. Hollste
PRÜFUNGSGEBIET: Analysis und Lin. Algebra 2 BEARBEITUNGSDAUER: 120 Minuten

HILFSMITTEL: Taschenrechner (TI 30), Einheits-Integraltabelle,
Formelsammlung (max. 4 Blätter)

Blatt Nr.

1. Man bestimme für die Matrix $A = \begin{pmatrix} 1-x & 4 & 9 & 3 \\ 0 & 0 & 0 & 2 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 2x & 1 & 3 \end{pmatrix}$

   (a) alle reelle Zahlen x mit $\det A = 0$.
   (b) alle reelle Zahlen x mit $\det A^T = 1$.

2. Man löse mit Hilfe der Cramerschen Regel das nebenstehende lineare Gleichungssystem.

$$\begin{array}{rcrcrcr} x_1 & & & - & x_3 & = & 4 \\ 3x_1 & - & 2x_2 & + & 4x_3 & = & -4 \\ & & 2x_2 & - & 3x_3 & = & 8 \end{array}$$

3. (a) Man bestimme den Konvergenzradius der Potenzreihe $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n\,2^n}(x-1)^n$.

   (b) Man bestimme die Taylorreihe der Funktion $f(x) = \frac{1}{e^{x-1}}$ mit Entwicklungspunkt $x_0 = 1$.

4. Sei $z = f(x,y) = 2x^2 - 8x + y^2 + 2y$. Man bestimme

   (a) die Extremstellen von f(x,y).
   (b) einen Einheitsnormalenvektor auf der Fläche z = f(x,y) im Flächenpunkt (3,1,f(3,1)).
   (c) das totale Differential von f(x,y) im Punkt P(1,2).
   (d) die Richtungsableitung von f(x,y) im Punkt P(-2,3) in Richtung des Vektors $\vec{a} = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}$.

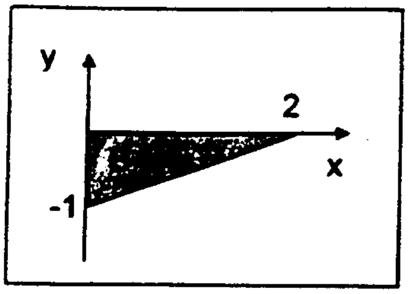
Fortsetzung Blatt Nr. 2

Blatt Nr.

5. Man beweise durch Integration (Volumenintegral), dass das Volumen V einer Kugel mit Radius R gegeben ist durch

$$V = \frac{4}{3}\pi R^3$$

6. Man bestimme das Doppelintegral $\iint_B 2xy\,dx\,dy$ für den rechtsstehenden Bereich B.



Man berechne das Kurvenintegral $\int_K \vec{v}\,d\vec{r}$ für $\vec{v} = \begin{pmatrix} \cos x \\ y^2 x^3 \end{pmatrix}$ längs des Quadrats in der xy-Ebene mit den Eckpunkten (-1,-1), (1,-1), (1,1) und (-1,1) im entgegengesetzten Uhrzeigersinn.

<u>Hinweis</u>: Satz von Green

8. Sei $\vec{v}(x,y,z) = \begin{pmatrix} 2xy \\ x^2 \\ 2z \end{pmatrix}$.

   (a) Man bestimme $\operatorname{div}\vec{v}$.

   (b) Man zeige, dass $\vec{v}$ ein Gradientenfeld ist und bestimme eine Potentialfunktion f(x,y,z) zu $\vec{v}$ mit $\vec{v} = \operatorname{grad} f(x,y,z)$.

   (c) Man bestimme das Kurvenintegral $\int_K \vec{v}\,d\vec{r}$ der Strecke von P(1,0,1) bis Q(2,-1,2).

9. Man löse die Differentialgleichung

   (a) $y' + y^2 \cos x = 0$.

   (b) $y' + \frac{1}{2x} y = \sqrt{x}\sin x$, $x > 0$.

   (c) $y'' - 3y' = 2x + 1$

10. Sei f(x) 2π–periodisch mit $f(x) = |x|$ für $-\pi \le x \le \pi$. Man bestimme die Fourierreihe zu f(x).